

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Études mathématiques

## Niveau moyen

### Épreuve 2

Mercredi 4 novembre 2020 (matin)

1 heure 30 minutes

---

#### Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours d'études mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions dans le livret de réponses fourni.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.

Répondez à **toutes** les questions dans le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. On vous recommande d'indiquer votre raisonnement autant que possible. Lorsque la réponse est fautive, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

1. [Note maximale : 19]

Don a pris part à un projet portant sur l'étude de la vitesse du vent,  $x \text{ km h}^{-1}$ , et le temps,  $y$  minutes, pour charger complètement un robot solaire.

L'étude a été menée six fois. Les résultats sont enregistrés dans le tableau.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
| <b>Vitesse du vent, <math>x</math>, (<math>\text{km h}^{-1}</math>)</b> | 6  | 10 | 16 | 24 | 28 | 30 |
| <b>Temps, <math>y</math>, (minutes)</b>                                 | 28 | 26 | 30 | 33 | 38 | 37 |

(a) **Sur du papier millimétré**, dessinez un diagramme de dispersion pour montrer les résultats de l'étude menée par Don. Utilisez une échelle de 1 cm pour représenter 2 unités sur l'axe des abscisses, et de 1 cm pour représenter 5 unités sur l'axe des ordonnées. [4]

(b) Calculez

(i)  $\bar{x}$ , la vitesse moyenne du vent ;

(ii)  $\bar{y}$ , le temps moyen pour charger complètement le robot. [2]

M est le point ayant comme coordonnées  $(\bar{x}; \bar{y})$ .

(c) Placez et légendez le point M sur votre diagramme de dispersion. [2]

(d) (i) Calculez  $r$ , le coefficient de corrélation de Pearson.

(ii) Décrivez la corrélation entre la vitesse du vent et le temps pour charger complètement le robot. [4]

(e) (i) Écrivez l'équation de la droite de régression pour  $y$  en fonction de  $x$ , sous la forme  $y = mx + c$ .

(ii) Dessinez cette droite de régression sur votre diagramme de dispersion.

(iii) À partir de là ou par toute autre méthode, estimez le temps de charge lorsque la vitesse du vent est de  $27 \text{ km h}^{-1}$ . [6]

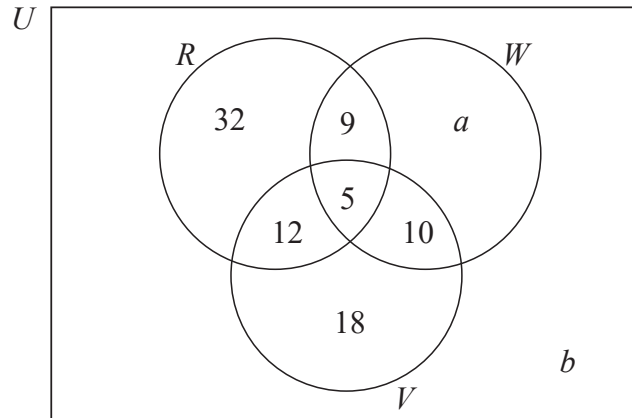
Don a conclu de son étude : « Il n'y a pas de causalité entre la vitesse du vent et le temps pour charger complètement le robot ».

(f) Dans le contexte de la question, expliquez brièvement le sens de « pas de causalité ». [1]

2. [Note maximale : 12]

Lors d’une sortie scolaire, 100 élèves ont visité un parc d’attractions. Les principales attractions du parc sont les montagnes russes ( $R$ ), les toboggans aquatiques (les glissades d’eau) ( $W$ ), et les manèges de réalité virtuelle ( $V$ ).

On a demandé aux élèves les attractions principales qu’ils avaient visitées. Les résultats sont montrés dans le diagramme de Venn.



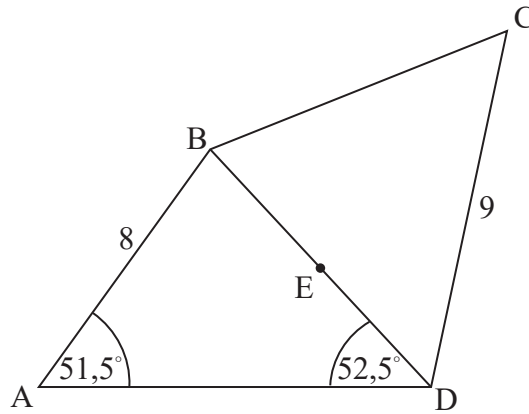
Un total de 74 élèves ont visité les montagnes russes ou les toboggans aquatiques (les glissades d’eau).

- (a) (i) Trouvez la valeur de  $a$ .
- (ii) Trouvez la valeur de  $b$ . [4]
- (b) Trouvez le nombre d’élèves ayant visité au moins deux types d’attractions principales. [2]
- (c) Écrivez la valeur de  $n(R \cap W)$ . [1]
- (d) Trouvez la probabilité qu’un élève choisi au hasard ait visité
- (i) les montagnes russes ;
- (ii) les manèges de réalité virtuelle. [3]
- (e) À partir de là, déterminez si les événements dans les **parties (d)(i)** et **(d)(ii)** sont indépendants. Justifiez votre raisonnement. [2]

3. [Note maximale : 15]

En utilisant un logiciel de géométrie, Pedro dessine un quadrilatère ABCD.  $AB = 8$  cm et  $CD = 9$  cm. L'angle  $BAD = 51,5^\circ$  et l'angle  $ADB = 52,5^\circ$ . Ces informations sont montrées dans le diagramme.

la figure n'est pas à l'échelle



(a) Calculez la longueur de BD. [3]

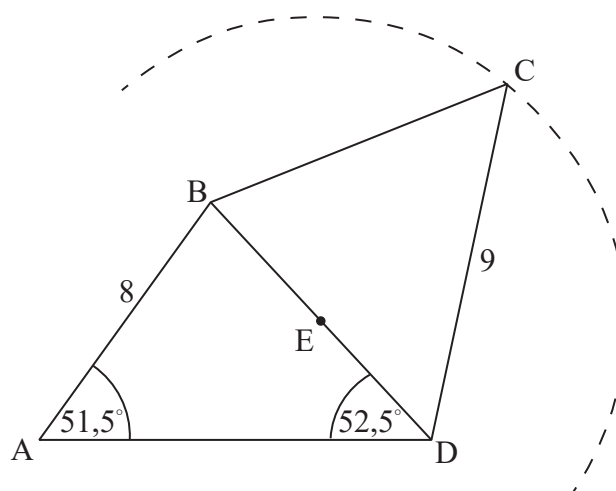
$CE = 7$  cm, où le point E est le milieu de BD.

(b) Montrez que l'angle  $EDC = 48,0^\circ$ , réponse correcte à trois chiffres après la virgule près. [4]

(c) Calculez l'aire du triangle BDC. [3]

Pedro dessine un cercle, centré au point E et passant par le point C. Une partie de ce cercle est montrée dans le diagramme.

la figure n'est pas à l'échelle

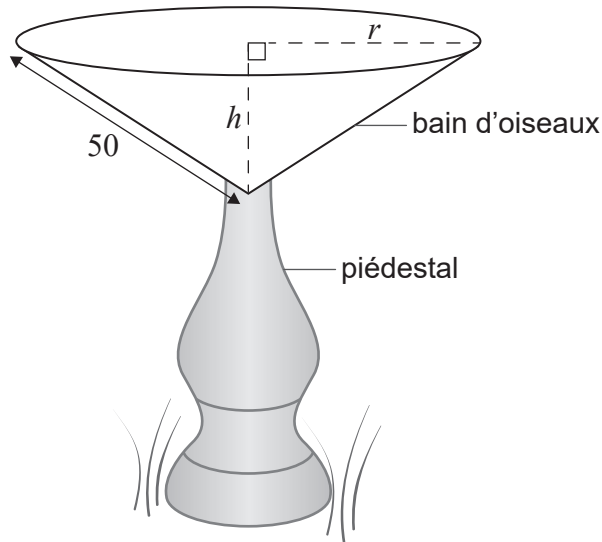


(d) Montrez que le point A se situe à l'extérieur de ce cercle. Justifiez votre raisonnement. [5]

4. [Note maximale : 11]

Hyungmin conçoit un bain d'oiseaux en béton. Le bain d'oiseaux est soutenu par un piédestal. Ceci est illustré dans le diagramme.

la figure n'est pas à l'échelle



L'intérieur du bain d'oiseaux a la forme d'un cône de rayon  $r$ , de hauteur  $h$  et d'apothème constant de 50 cm.

- (a) Écrivez une équation en fonction de  $r$  et  $h$  qui montre ces informations. [1]

Soit  $V$  le volume du bain d'oiseaux.

- (b) Montrez que  $V = \frac{2500\pi h}{3} - \frac{\pi h^3}{3}$ . [1]

- (c) Trouvez  $\frac{dV}{dh}$ . [2]

Hyungmin veut que le bain d'oiseaux ait un volume maximal.

- (d) En utilisant votre réponse à la **partie (c)**, trouvez la valeur de  $h$  pour laquelle  $V$  est un maximum. [2]

- (e) Trouvez le volume maximal du bain d'oiseaux. [2]

Pour éviter les fuites, un scellant est appliqué sur la surface intérieure du bain d'oiseaux.

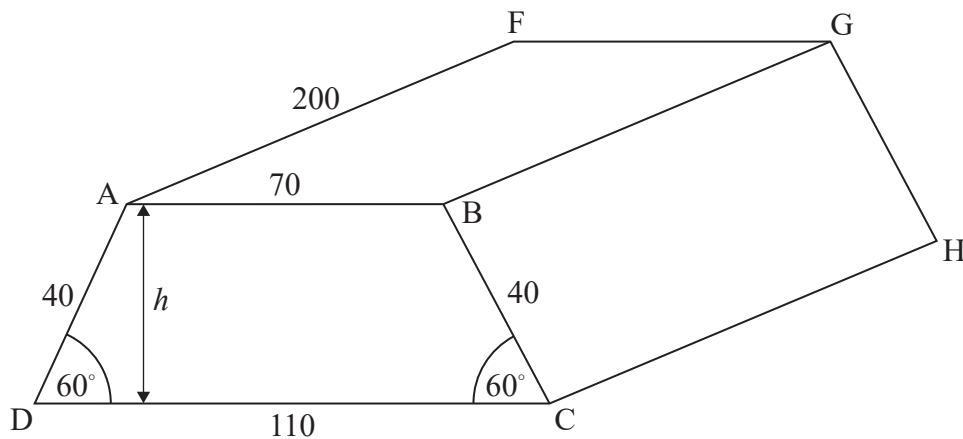
- (f) Trouvez l'aire de la surface à couvrir par le scellant, étant donné que le bain d'oiseaux a un volume maximal. [3]

5. [Note maximale : 16]

Un grand réservoir souterrain est construit à l'aéroport de Mills pour stocker du carburant. Le réservoir a la forme d'un prisme trapézoïdal isocèle, ABCDEFGH.

$AB = 70\text{ m}$ ,  $AF = 200\text{ m}$ ,  $AD = 40\text{ m}$ ,  $BC = 40\text{ m}$  et  $CD = 110\text{ m}$ . L'angle  $ADC = 60^\circ$  et l'angle  $BCD = 60^\circ$ . Le réservoir est illustré ci-dessous.

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Trouvez  $h$ , la hauteur du réservoir. [2]
- (b) Montrez que le volume du réservoir est de  $624\,000\text{ m}^3$ , réponse correcte à trois chiffres après la virgule près. [3]

Une fois la construction terminée, une pompe à carburant a été utilisée pour pomper le carburant **vers** le réservoir vide. La quantité de carburant pompée vers le réservoir par cette pompe, **chaque heure**, diminue comme une suite arithmétique dont les termes sont  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ .

Une partie de cette suite est montrée dans le tableau.

| Heure ( $n$ )   | 1 <sup>re</sup> | 2 <sup>e</sup> | 3 <sup>e</sup> | ... |
|---|-----------------|----------------|----------------|-----|
| Quantité de carburant pompée vers le réservoir, chaque heure, en $\text{m}^3$ ( $u_n$ ) | 45 000          | 43 200         | 41 400         | ... |

- (c) Écrivez la raison,  $d$ . [1]
- (d) Trouvez la quantité de carburant pompée vers le réservoir pendant la 13<sup>e</sup> heure. [2]
- (e) (i) Trouvez la valeur de  $n$  telle que  $u_n = 0$ .  
(ii) Écrivez le nombre d'heures pendant lesquelles la pompe a pompé du carburant vers le réservoir. [3]

Au bout de la 2<sup>e</sup> heure, le volume total de carburant dans le réservoir était de  $88\,200\text{ m}^3$ .

- (f) Trouvez la quantité totale de carburant pompée vers le réservoir au cours des 8 premières heures. [2]
- (g) Montrez que le réservoir ne sera jamais complètement rempli avec cette pompe. [3]

6. [Note maximale : 17]

Emlyn joue de nombreux matchs de basket pour son équipe scolaire. Le nombre de minutes qu'il joue dans chaque match suit une distribution normale avec une moyenne de  $m$  minutes.

Dans n'importe quel match, il y a 30 % de chances qu'il joue moins de 13,6 minutes.

- (a) Esquissez un diagramme pour représenter ces informations. [2]

Dans n'importe quel match, il y a 70 % de chances qu'il joue moins de 17,8 minutes.

- (b) Montrez que  $m = 15,7$ . [2]

L'écart type du nombre de minutes qu'Emlyn joue dans n'importe quel match est de 4.

- (c) Trouvez la probabilité qu'Emlyn
- (i) joue entre 13 minutes et 18 minutes dans un match ;
  - (ii) joue plus de 20 minutes dans un match. [4]

Il y a 60 % de chances qu'Emlyn joue moins de  $x$  minutes dans un match.

- (d) Trouvez la valeur de  $x$ . [2]

Emlyn jouera deux matchs de basket aujourd'hui.

- (e) Trouvez la probabilité qu'il joue entre 13 minutes et 18 minutes dans un match et plus de 20 minutes dans l'autre match. [3]

Emlyn et son coéquipier Johan s'entraînent chacun à faire des lancers à partir d'un point  $X$  plusieurs fois. Un rapport de leurs performances au cours du week-end est indiqué dans le tableau ci-dessous.

|          | Emlyn                            | Johan                            |
|----------|----------------------------------|----------------------------------|
| Samedi   | 42 lancers réussis sur 70 essais | 16 lancers réussis sur 30 essais |
| Dimanche | 27 lancers réussis sur 32 essais | 51 lancers réussis sur 68 essais |

Lundi, Emlyn et Johan s'entraîneront de nouveau et chacun lancera 200 fois à partir du point  $X$ .

- (f) Trouvez le nombre espéré de lancers réussis que fera Emlyn lundi, en se basant sur ses résultats de samedi et dimanche. [2]

Emlyn affirme que les résultats de samedi et dimanche montrent que son nombre espéré de lancers réussis sera supérieur à celui de Johan.

- (g) Déterminez si l'affirmation d'Emlyn est correcte. Justifiez votre raisonnement. [2]